Alumno: Raky Julio Castillo
Profesor: Alberto Fraile Lerma **Fecha:** 06/03/2017

PRACTICA 1

Viga de Aluminio en Voladizo

Descripción de la práctica:

La práctica realizada el lunes 20 de febrero consistió en analizar las características dinámicas de una viga de aluminio, se consideró la viga como empotrada en un extremo y libre en el otro. Para simular esta condición se utilizó una sargenta para simular el empotramiento en un extremo de una mesa y se fijó un sensor de aceleración en el extremo libre de la viga. El sensor estaba conectado por un cable a un acondicionador de la señal de tres canales con filtro paso bajo y amplificador, la salida del canal 1 de este conectado a una caja de adquisición de datos de 16 canales que funciona a 16 bits.

Los objetivos de la práctica son:

- Describir los elementos de la instrumentación empleados en la práctica e indicar los parámetros empleados en la realización de las medidas.
- Obtener la frecuencia propia de la estructura en el dominio del tiempo y analizar su variación.
- Obtener el amortiguamiento del sistema, por los métodos de Decremento Logarítmico y Transformación de Hilbert.
- Representar numéricamente el problema para ajustar la propiedad de la rigidez del apoyo empleando uno de los métodos explicados en clase (Matricial o Rayleigh)

1. **Descripción de la Instrumentación.**

   - **Sensor.**

   Para la realización de la práctica se usó como primer elemento un sensor de aceleración o acelerómetro de la marca comercial ENDEVCO, modelo 7752-1000. A continuación, se presenta una imagen tomada el día de la práctica.



Imagen 1. Sensor de Aceleración.

Modelo: 2252.1000

S/N: 10401

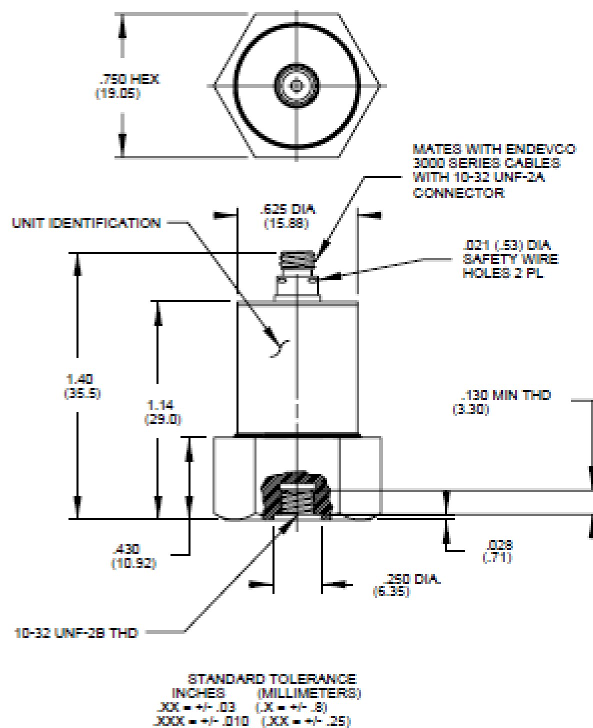
Sensibilidad: 1039 mV/g

Suministro de corriente: 4 mA

Sensibilidad Transversal: 0.8% (max)

El sensor usado en la práctica es un acelerómetro con partes electrónicas integradas, diseñado para bajas frecuencias y bajos niveles de aceleración, ideal para el uso en análisis modal.
Por su pequeño tamaño, este tipo de sensores de aceleración ubican su rango de frecuencias de resonancia en valores muy elevados por lo que incurrir en estos rangos en mediciones estructurales referidas a la ingeniería civil resulta muy difícil.

A continuación, se presentan las características geométricas del sensor:



Es importante la consideración de la geometría y todas las características propias de los sensores para no sufrir percances relacionados a la incompatibilidad de conectores, cables, fijación en la base, etc.

Imagen 2. Características geométricas del sensor

Se resumen las especificaciones técnicas proporcionadas por el fabricante:

Características Dinámicas.		
Rango de trabajo	**g**	**± 5**
Sensibilidad ±20%	mV/g	1000
Frecuencia de Resonancia	kHz	24
Sensibilidad Transversal	%	8
Características de salida.		
Voltaje de salida (DC output BIAS Voltage)	**Vdc**	**+7.5 a + 14**
Impedancia de salida	Ω	≤250
Voltaje de salida	V	±5
Recuperación de sobrecargas	µsec	≤10

Requerimientos de poder.		
Suministro de voltaje	**Vdc**	**+18 a +24**
Suministro de corriente	mA	+2 a +10
Tiempo de precalentamiento	Sec	< 10
Protección de sobrecarga. (no dañaran los componentes internos)	g	2000
Características ambientales.		
Rango de temperatura	**˚C**	**-20 a +85**
Vibración sinusoidal	g pk	1000
Límite de impacto	g pk	2000
Características físicas.		
Peso	**G**	**33**
Material de recubrimiento		Acero inoxidable y titanio
Conector		10-32 conector superior anclado en carcasa, compatible con cables serie 3000
Torque de montaje	Nm	2

- **Acondicionador de la Señal.**
  La señal de salida del sensor necesita ser amplificada acondicionada para su transmisión por cable hasta el punto de recepción, de esta manera evitar que el ruido producido por cualquier elemento externo se adhiera a la señal distorsionando la lectura.
  Además, es necesaria la introducción de un filtro de paso bajo o antialiasing, para nuestro caso en concreto, se utilizó un acondicionador de la marca EC Systems modelo PA3000 que funciona como Acondicionador, Amplificador y Filtro simultáneamente.



Imagen 3. Acondicionador usado en la práctica.

Para nuestra practica utilizamos el filtro de paso bajo para que funcione como un filtro antialiasing.

Este equipo cuenta con los circuitos de alimentación necesarios para el correcto funcionamiento del sensor. Cada canal independiente permite una selección de rango de amplificación de 1x, 10x o 100x y los filtros de 1 khz de paso bajo y 10 Hz de paso alto. En la práctica trabajamos con amplificación de 1.

Especificaciones técnicas.

Número de canales	**3**
Características de entrada	IEPE 24V DC / 2.4 mA
Conector de entrada / salida	BNC / BNC
Impedancia de entrada	100 kΩ
Impedancia de salida	1200 Ω
Ganancia	1x, 10x y 100x
Error de ganancia	<0.5%
Rango de salida	±10 V
Distorsión	<0.1%
Desfase	<10 mV
Rango de frecuencia (- 3 dB)	0.5 Hz – 100 kHz
Filtro de paso bajo	1kHz, 12 dB / okt
Filtro de paso alto	10 Kz, 12 dB / okt
Indicadores LED	On / off Abierto / Sensor de circuito corto Rango sobrepasado Ganancia seleccionada Cargando Filtros habilitados
Suministro de poder	12V DC/400 mA

- **Caja de adquisición de datos.**

Una caja de adquisición de datos de la señal de 16 canales, producida por National Instruments de 16 bits. Tiene entradas y salidas analógicas.

Para la realización de la práctica, se usó el canal 0 para la recogida de datos.

Cumple la función de digitalizar la señal para que pueda ser recibida por el ordenador y ser usada para los cálculos necesarios a posteriori.

Para la recogida de datos se usó una aplicación o software desarrollado por los integrantes del equipo técnico del departamento usando LabVIEW.

La caja tiene una sensibilidad de 1 mV/g.

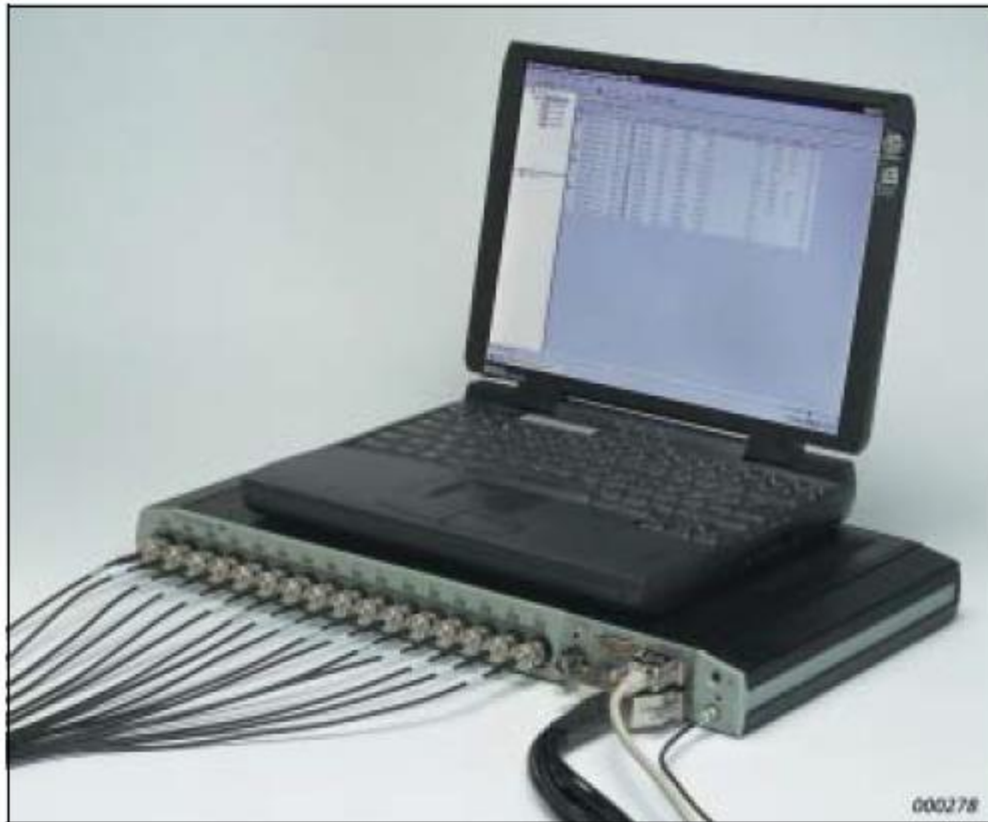


Imagen 4. Caja de adquisición de datos.

2. **Frecuencia propia en el dominio del tiempo y variación.**

Datos necesarios para la práctica:

Módulo de Young: $E=7E^{10}$ N/m^2

Coeficiente de Poisson: µ=0.35

Densidad: ρ=2650 kg/m^3

Datos recogidos en la practica

Dimensiones de la viga:

L=0.35 m

B=0.0512 m

E=0.0035 m

Para poder representar la gráfica del sistema en vibración libre usamos el software MATLAB. Para este fin primero graficamos todos los datos obtenidos, usando el criterio de seleccionar la "corneta" más limpia y que represente mejor el movimiento de la estructura depuramos las demás para facilitar la lectura, interpretación y la velocidad de procesamiento.

A continuación, se presenta el código utilizado, las gráficas representativas y los resultados:

```
%frecuencia de muestreo
fs=4096;
dt=1/fs;
%en el primer tramo
nTd1=14.5;              %numero de ciclos contados
T11=140;                %tiempo de inicio de conteo s
T21=141;                %tiempo de fin de conteo s
```

```
fd1=nTd1/(T21-T11);     %frecuencia natural de la estructura Hz
wd1=2*pi*fd1            %frecuencia angular natural en rad/s
T1=1/fd1

%en el segundo tramo
nTd2=14.5;              %numero de ciclos contados
T21=140;                %tiempo de inicio de conteo s
T22=141;                %tiempo de fin de conteo s
fd2=nTd2/(T22-T21);     %frecuencia natural de la estructura Hz
wd2=2*pi*fd2            %frecuencia angular natural en rad/s
T2=1/fd2                %periodo de la estructura

%en el tercer tramo
nTd3=14.3;              %numero de ciclos contados
T31=142.5;              %tiempo de inicio de conteo s
T32=143.5;              %tiempo de fin de conteo s
fd3=nTd3/(T32-T31);     %frecuencia natural de la estructura Hz
wd3=2*pi*fd3            %frecuencia angular natural en rad/s
T3=1/fd3                %periodo de la estructura

%en el cuarto tramo
nTd4=14.25;              %numero de ciclos contados
T41=144;                 %tiempo de inicio de conteo s
T42=145;                 %tiempo de fin de conteo s
fd4=nTd4/(T42-T41);      %frecuencia natural de la estructura Hz
wd4=2*pi*fd4             %frecuencia angular natural en rad/s
T4=1/fd4                 %periodo de la estructura

deltaT=((T4-T1)/T1)*100 %porcentaje de incremento del periodo
```

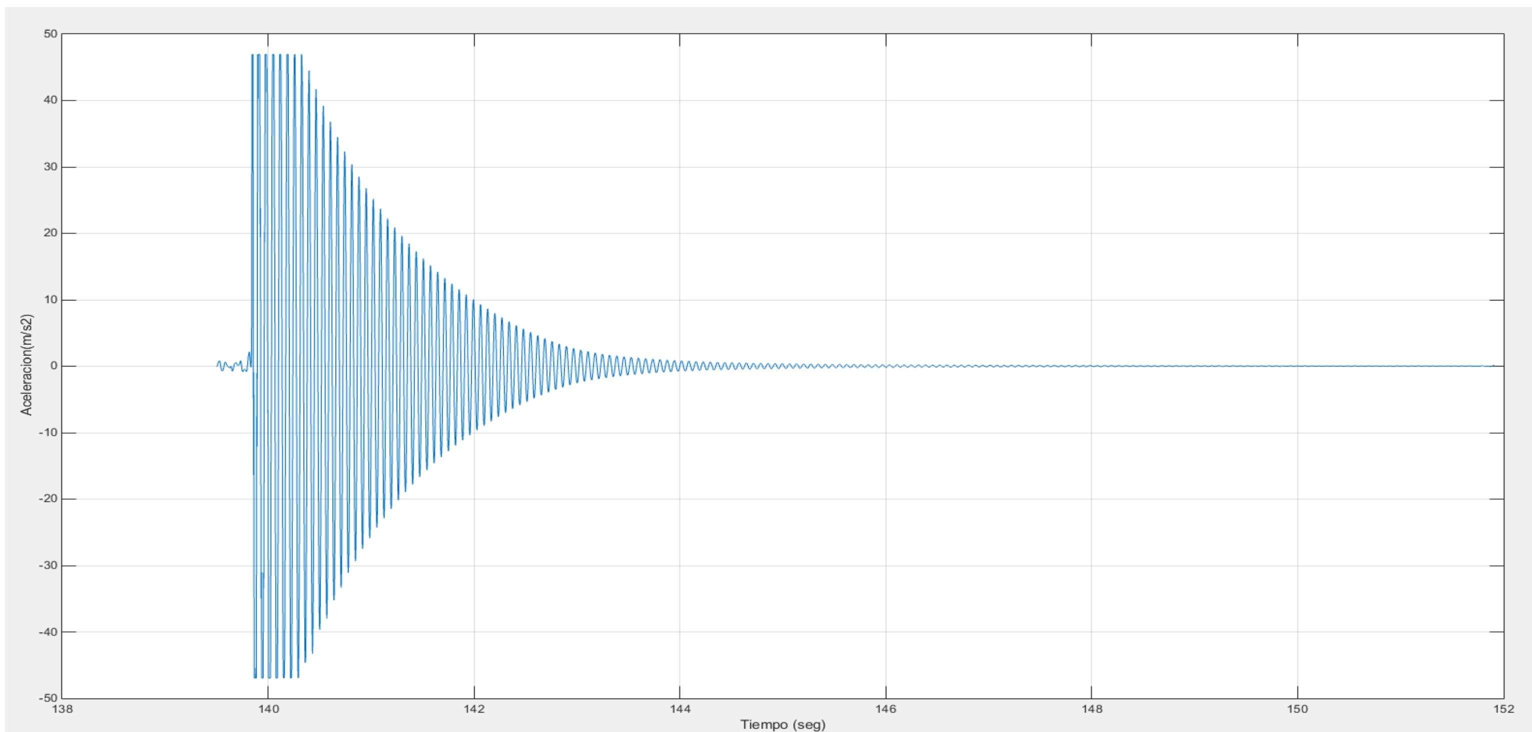


Imagen 5. Grafica del movimiento de la estructura, Aceleración vs. Tiempo

Imagen 6. Líneas auxiliares para contar los ciclos en los periodos de tiempo escogidos

Imagen 7. Líneas auxiliares para contar los ciclos en los periodos de tiempo escogidos

Los resultados de frecuencias amortiguadas obtenidos fueron:

fd1 = 14.5 Hz
wd1 = 91.1062 rad/s
T1= 0.069 s

fd2 = 14.5 Hz
wd2 = 91.1062 rad/s
T2=0.69 s

fd3 = 14.3 Hz
wd3 = 89.8495 rad/s
T3 = 0.0699 s

fd4 = 14.25 Hz
wd4 = 89.5354 rad/s
T4 = 0.0702 s

deltaT = 1.7544%

Podemos observar que a medida que el movimiento de la estructura es amortiguado la frecuencia de la misma tiende a bajar. Puede ser una consecuencia de la disipación de la energía o consecuencia del rozamiento con el aire.

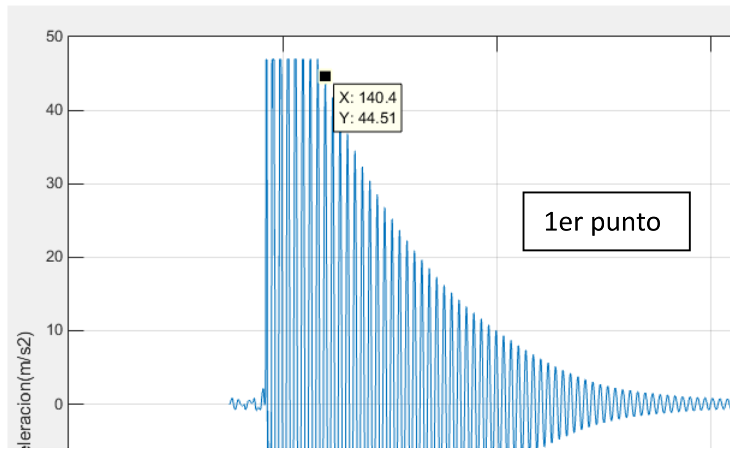
De manera inversa, el periodo de la estructura tiene a crecer en una razón de 1.7544%, corroborando la no linealidad de los sistemas.

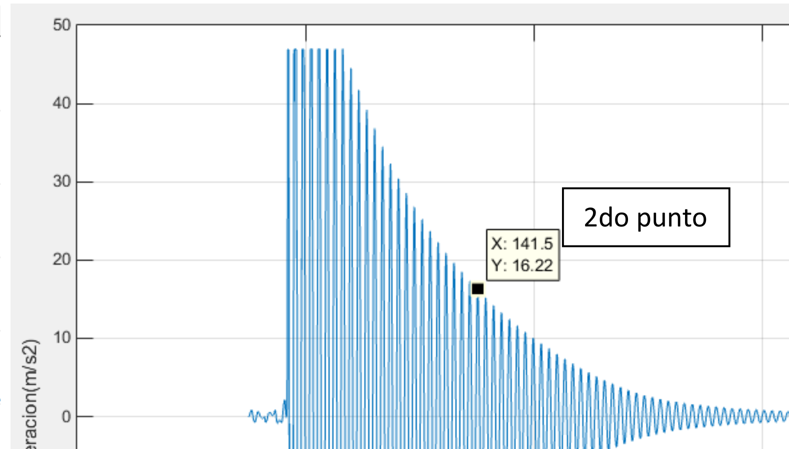
De la primer grafica también podemos observar que se sobrepasó el límite de aceleración seleccionado para el ensayo, esto es evidente al ver la formación de una meseta durante los primeros ciclos.

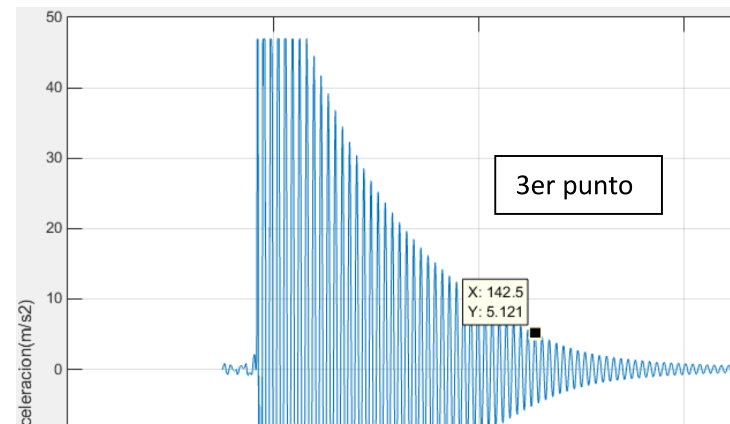
3. **Amortiguamiento y comparación con Decremento Logarítmico y transformación de Hilbert.**

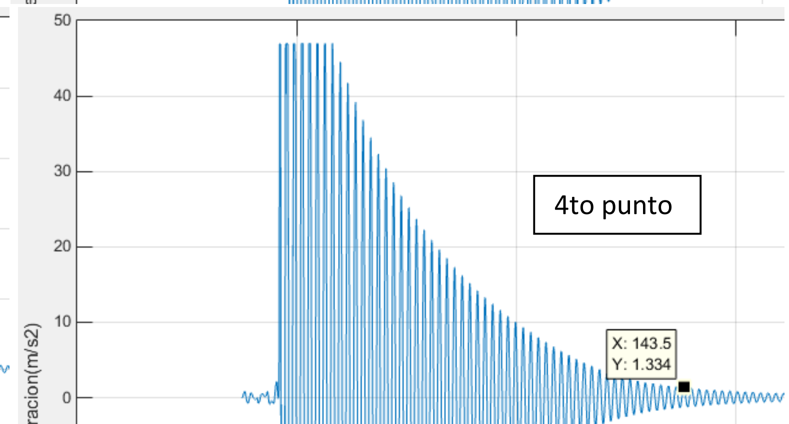
- **Por decremento logarítmico:**
  Primero se identificó los siguientes puntos máximos en la serie, los valores de x corresponden a los del tiempo y los de y a la aceleración.

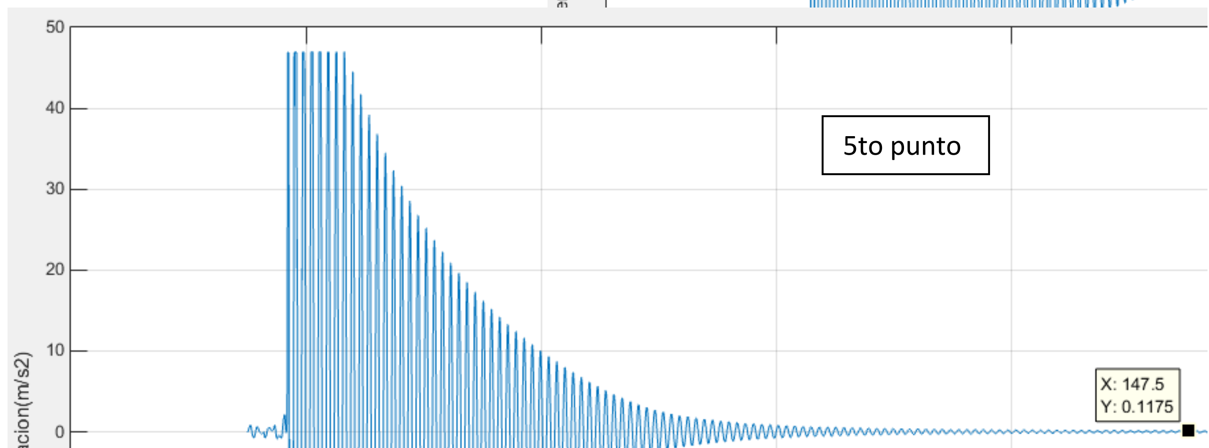
  En la serie fe figuras presentadas abajo, se muestran los puntos de donde se obtuvieron valores de tiempo y aceleración para aplicar el método de decremento logarítmico.











Con ayuda de un código de Matlab se calculó los valores de amortiguamiento para cada uno de los intervalos entre puntos, siendo 5 en total, adicionando un valor de amortiguamiento calculado para el intervalo entre T1 y T5. El código de Matlab representa el cálculo por decremento logarítmico.

$$x_1 = x(t_1) = D_1 e^{-\zeta \omega t_1}$$

$$x_1 = x(t_1) = D_1 e^{-\zeta \omega t_1}$$

$$ln\frac{x_1}{x_2} = -\zeta\omega(t_1 - t_2) \;\; ; \;\; t_2 = t_1 + nT_d$$

Por eso el amortiguamiento: $\zeta = \frac{1}{2\pi n} ln\frac{x_1}{x_2}$

A continuación, se presenta el código:

```
%Valores maximos de Aceleracion y tiempos correspondientes

T1=140.4;              %tiempo del primer punto s
a1=44.51;              %aceleracion maxima del segundo punto m/s2
f=14.5;                %frecuencia en Hz

T2=141.5;              %tiempo del segundo punto s
a2=16.22;              %aceleracion maxima del segundo punto m/s2

T3=142.5;              %tiempo del tercer punto s
a3=5.21;               %aceleracion maxima del tercer punto m/s2


T4=143.5;              %tiempo del cuarto punto s
a4=1.334;              %aceleracion maxima del cuarto punto m/s2


T5=147.5;              %tiempo del segundo punto s
a5=0.1175;             %aceleracion maxima del segundo punto m/s2


%calculo del amortiguamiento por el decremento logaritmico

z1=(1/(2*pi*(T2-T1)*f))*(log(a1/a2))

z2=(1/(2*pi*(T3-T2)*f))*(log(a2/a3))

z3=(1/(2*pi*(T4-T3)*f))*(log(a3/a4))

z4=(1/(2*pi*(T5-T4)*f))*(log(a4/a5))

z5=(1/(2*pi*(T5-T1)*f))*(log(a1/a5))

deltaz=((z5-z1)/z1)*100
```

Dónde: (Tj-Ti)*f = al número de ciclos entre los dos puntos seleccionados.

Del código anterior se obtuvieron los siguientes resultados:

z1 = 0.0101 o 1.01%

z2 = 0.0125 o 1.25%

z3 = 0.0150 o 1.50%

z4 = 0.0067 o 0.67%

z5 = 0.0092 o 0.92%

deltaz = -8.8806

Es evidente que los valores obtenidos de amortiguamiento son muy pequeños, ninguno superando el 2% e incluso tendiendo a ser más pequeños.

Se puede observar que el amortiguamiento entre intervalos no es el mismo, corroborando la no linealidad del sistema, además, se puede apreciar que cuanto más se reduce la cantidad de

movimiento del sistema, el amortiguamiento tiende a tomar valores menores como es el valor de z4 de 0.67%.

Cuando se calcula un valor de amortiguamiento usando los valores extremos entre los puntos máximos escogidos (de T1 a T5) se obtiene un valor de amortiguamiento menor al de los obtenidos cuando la amplitud del movimiento del sistema es mayor.

El decremento del amortiguamiento entre periodos de tiempo es de -8.8806 %.

El hecho de que el amortiguamiento del sistema sea tan bajo, corrobora la hipótesis de que la frecuencia natural amortiguada es igual a la frecuencia natural de la estructura.

- **Por la transformación de Hilbert:**

Para la realización de la transformación de Hilbert usamos un comando de Matlab muy sencillo, además de eso ajustamos una recta con una correlación suficiente para conseguir un valor de amortiguamiento aceptable. A continuación, se presenta el código empleado:

```
%transformacion de Hilbert
%Datos Obtenidos en la Clase

datos=dlmread('datos_practica_depurados.txt');

fs=4096;              %frecuencia de muestreo
dt=1/fs;              %paso de tiempo

%datos traspuestos
t=datos(:,1)';
acel=datos(:,2)';

%transformada de Hilbert
y=hilbert(acel);
yhilb=log(abs(y));

tajust=(140.5:dt:147.5);
yajust=yhilb(0.5*fs:7.5*fs);

c=polyfit(tajust,yajust,1)

%ajuste de la recta
tp=linspace(140.5,147.5,7*fs);
yp=polyval(c,tp);

%grafica de la recta ajustada
figure (2)
plot(tajust,yajust)
hold on
plot(tp,yp)
hold on
```

c = -0.9631 139.3568

Usando el valor “a=-9631” correspondiente a la correlación sustituimos en la formula encontrada, calculamos el amortiguamiento.

```
zhil=-(-0.9631)/(2*pi*f)
```

Obteniendo el siguiente resultado:

zhil = 0.0106 o **zhil = 1.06%**

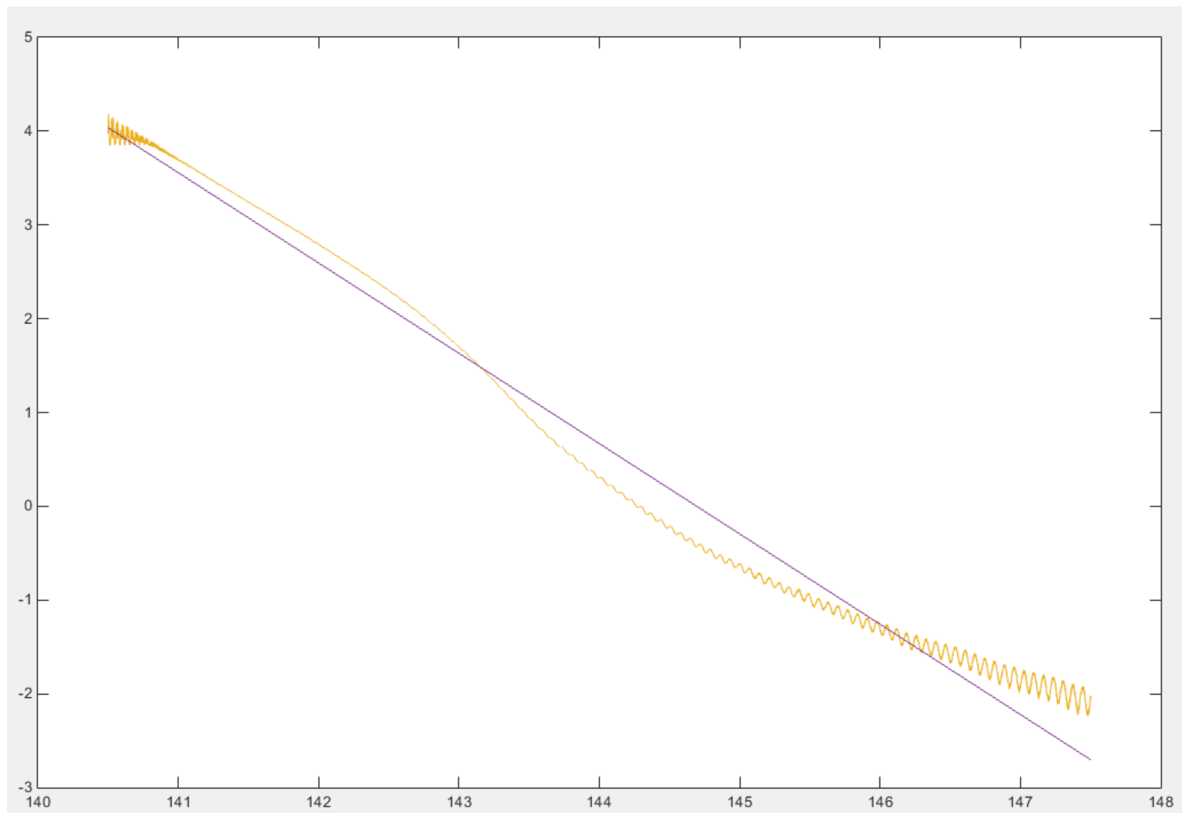


Figure 8. Ajuste por mínimos cuadrados

El resultado del amortiguamiento obtenido por este método es muy aproximado a los resultados obtenidos por el método de decremento logarítmico.

4. Ajuste de la rigidez usando el método de Rayleigh o Matricial

Para hacer el ajuste de la rigidez se realizó un cálculo sencillo por un método de prontuario, de manera que aproximando la relación de rigideces del empotramiento con la de la viga se puede encontrar el valor de la frecuencia del sistema.

Entrando con la siguiente relación en un prontuario de Blevins e interpolando:

$$\frac{M}{mL} = 0.1985$$

Suponiendo una relación de rigidez entre el apoyo y la viga de 10 e interpolando:

$$\lambda_{10} = 1.5445$$

Suponiendo un empotramiento perfecto:

$$\lambda_{inf} = 1.6709$$

De la relación:

$$f_1 = \frac{\lambda_1^2}{2 * \pi L^2} * \sqrt{\left(\frac{EI}{m}\right)}$$

Se obtienen como resultados:

f10 = 16.0940 Hz **finfi = 18.8360 Hz**

Ambos superiores a la frecuencia obtenida experimentalmente (14.5 Hz), de donde se deduce inmediatamente que la relación entre rigideces es menor a 10.

Posteriormente se hizo un cálculo de la frecuencia por el método de Rayleigh, este cálculo supone condiciones de empotramiento perfecto, por lo que el resultado debería aproximarse bastante al obtenido usando el prontuario donde la relación de rigideces tiende a infinito. Para facilitar el cálculo se usó un código muy corto de Matlab.

```
%calculo de la frecuencia por el metodo de rayleigh

fray=(1/(2*pi))*((pi/(2*L))^2)*((E*I)/((((3*pi)-8)/pi)*m+(2/L)*M))^0.5
```

que arrojó como resultado un valor de:

fray = 18.0493 Hz que contrastado con el de **finfi = 18.8360 Hz** se aproxima bastante bien.

Luego se usó una programación proporcionada en Matlab para el cálculo de los tres primeros modos de vibración por el método matricial. A continuación, se presenta dicho código:

```
clear
clc

E=7e10;                 %N/m2
b=0.0512;               %ancho de la viga en m
esp=0.0035;             %espesor de la viga en m
L=0.35;                 %longitud de la viga en m
I=(b*esp^3)/12;         %Inercia
rho=2650;               %densidad del aluminio, kg/m3
m=b*esp*rho;            %masa distribuida de la viga kg/m
M=0.033;                %masa del sensor kg
k10 = 10*E*I/L; % N·m(rigidez del apoyo)
kinfi = 10^10*E*I/L; % N·m(rigidez del apoyo)
ndiv= 20; % divisiones de la viga
Le = L/ndiv; % matrices de rigidez elementales
Ke = E*I/Le^3*[ 12 6*Le -12 6*Le
6*Le 4*Le^2 -6*Le 2*Le^2
-12 -6*Le 12 -6*Le
6*Le 2*Le^2 -6*Le 4*Le^2];
Me = m*Le/420*[ 156 22*Le 54 -13*Le
22*Le 4*Le^2 13*Le -3*Le^2
54 13*Le 156 -22*Le
-13*Le -3*Le^2 -22*Le 4*Le^2];

KK = zeros(2*(ndiv+1),2*(ndiv+1)); MM = zeros(2*(ndiv+1),2*(ndiv+1));
KK(2,2) = k10; % rigidez concentrada apoyo
MM(end-1,end-1) = M; % masa concentrada

for i=1:1:ndiv % ensambla matriz de masa y rigidez
idx = ((i-1)*2+1:(i-1)*2+4);
KK(idx,idx) = KK(idx,idx)+Ke(1:4,1:4);
MM(idx,idx) = MM(idx,idx)+Me(1:4,1:4);
end
T=eye(2*(ndiv+1),2*(ndiv+1));T(:,1)=[]; % gdlactivos
K=T'*KK*T; M=T'*MM*T; % condiciones de contorno
[V,D] = eig(K,M); % calculo de autovalores
```

```
frq= diag(D).^.5/2/pi;% frecuencias en Hz
mod=T*V; % expansión gdlen modos

% representa 3 primeros modos
figure(1); plot((0:1:ndiv)'*Le, mod((1:2:2*(ndiv+1)),1:3));
legend(num2str(frq(1:3)));
```

Obteniendo una gráfica que representa los tres primeros modos de vibración de la estructura:

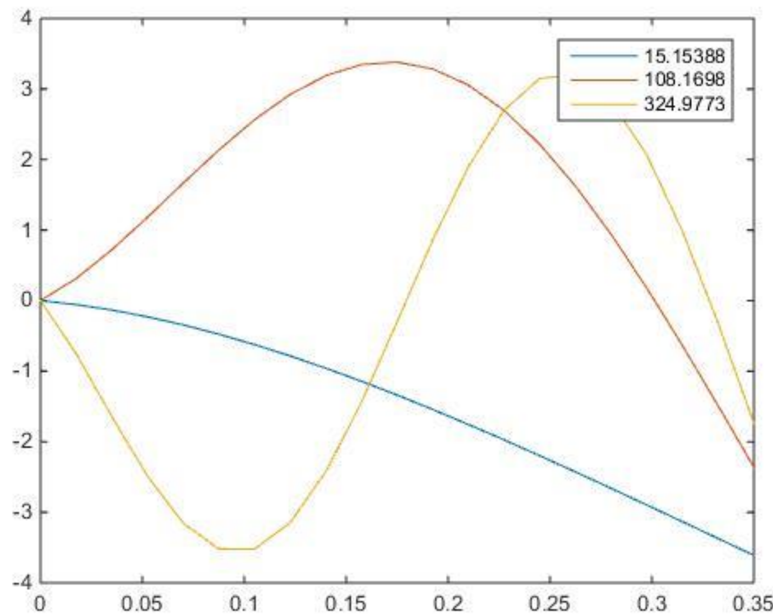


Imagen 8. Tres primeros modos de vibración.

De la gráfica se puede constatar que la frecuencia correspondiente al primer modo de vibración esta aproximada a la frecuencia natural obtenida experimentalmente, siendo un 1.045% mayor.

Finalmente, para determinar la rigidez del apoyo, se volvió a la relación proporcionada por Bleming:

$$f_1 = \frac{\lambda_1^2}{2 * \pi L^2} * \sqrt{\left(\frac{EI}{m}\right)}$$

Donde conocido el valor de f_1 (obtenido experimentalmente) se despeja la variable λ.

Obteniendo un valor de $\lambda = 1.466$. De manera que interpolando en filas y columnas se obtiene una relación entre rigideces de:

$$\frac{kL}{EI} = 7.5456$$

Despejando el valor de rigidez del apoyo se obtiene un valor de:

$$\boldsymbol{k = 276.0684\ N/m}$$

Resultado en un valor considerablemente bajo para ser supuesto como un empotramiento perfecto.